ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JANVIER 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **André Paillot**, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, survenu à Saint-Genis-Laval (Rhône), le 23 décembre 1944 et celui de M. **Maurice Nicloux**, Correspondant pour la Section de Chimie, survenu à Annecy, le 5 janvier 1945.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Charles Achard* décédé.

Le nombre de votants étant 44,

M. Charles Laubry obtient............ 24 suffrages
M. Alphonse Baudouin » .... 20 »

M. **Charles Laubry**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection de deux Associés étrangers.

A l'unanimité des suffrages, M. **Charles de La Vallée-Poussin** est proclamé élu en remplacement de M. *Edmond Beecher Wilson* décédé, et M. **Maurice Lugeon** est proclamé élu en remplacement de M. *Waldemar Christofer Brögger* décédé.

Leurs élections seront soumises à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Faune de France. 43. *Insectes ectoparasites* (*Mallophages, Anoploures, Siphonaptères*), par Eugène Séguy (présenté par M. L. Fage).

Faune de l'Empire français. II. *Mammifères ongulés de l'Afrique noire*, deuxième partie : *Tragulidés*, *Giraffidés*, *Suidés* (*Phacochère*, *Potamochère*, *Hylochère*), *Hippopotamidés* (*Hippopotame*), *Périssodactyles* (*Rhinocéros*), *Proboscidiens* (*Éléphant*), *Hyraciens* (*Damans*), par Paul Rode (présenté par M. L. Fage).

M. **Jean Coulomb** adresse un rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée en 1944 sur la *Fondation Villemot*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Généralisations du théorème de M. Khintchine sur la validité de la loi des grands nombres pour les suites stationnaires de variables aléatoires*. Note (¹) de M. **Ky Fan**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Considérons une suite de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ définies sur une même catégorie d'épreuves et en général arbitrairement liées. Nous supposons que la valeur moyenne (²) $\mathcal{M}X_n^2$ de X_n^2 existe et soit finie, quel que soit n. Nous avons pu établir le théorème que voici :

Théorème 1. — *Pour que la loi des grands nombres* (³) *s'applique à la suite de variables aléatoires* $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$, *il suffit que les expressions*

$$(1)\qquad \frac{1}{m}\left\{\mathcal{M}(X_{n+1}+X_{n+2}+\ldots+X_{n+m})^2-\mathcal{M}(X_1+X_2+\ldots+X_m)^2\right\}$$

et

$$(2)\qquad \mathcal{M}[(X_1+X_2+\ldots+X_m)X_{m+1}]-\mathcal{M}[(X_1+X_2+\ldots+X_{m+1})X_{m+2}]$$

soient bornées supérieurement quand m, n *varient* ($m, n = 1, 2, 3, \ldots$).

On voit immédiatement que, pour toute suite stationnaire [au sens de M. Khintchine (⁴)] de variables aléatoires, les expressions (1) et (2) sont bornées supérieurement.

(¹) Séance du 3 janvier 1945.

(²) Nous employons la notation $\mathcal{M}X$ pour désigner la valeur moyenne d'une variable aléatoire X.

(³) On dit que la loi des grands nombres s'applique à une suite de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ lorsque l'expression $(X_1+X_2+\ldots+X_n)/n$ converge en probabilité.

(⁴) *Recueil Math. Moscou*, 40, 1933, pp. 124-128.

2. Soit $E_1, E_2, \ldots, E_n$ une suite d'événements fortuits définis sur une même catégorie d'épreuves et arbitrairement dépendants. Désignons par p_i la probabilité de l'événement E_i et par $p_{i,j}$ la probabilité que se produisent simultanément les événements E_i et E_j. Le théorème suivant résulte immédiatement du théorème précédent.

THÉORÈME 1 *bis*. — *Si les expressions*

(3) $$\frac{1}{m}\sum_{1\leq i<j\leq m}(p_{n+i,n+j}-p_{i,j}),$$

et

(4) $$\sum_{i=1}^{m}(p_{i,m+1}-p_{i+1,m+2})$$

sont bornées supérieurement quand m, n *varient* ($m, n = 1, 2, 3, \ldots$), *la suite d'événements* $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ *obéit à la loi des grands nombres.*

Toute suite stationnaire d'événements ([5]) vérifie évidemment les hypothèses du théorème 1 *bis*. Mais, pour une suite stationnaire d'événements, on suppose, entre autres, que la probabilité p_i est indépendante de i. Dans nos hypothèses du théorème 1 *bis* n'interviennent que les probabilités $p_{i,j}$ du concours de deux événements E_i, E_j avec $i\neq j$; les probabilités p_i n'entrent pas en ligne de compte.

3. On peut généraliser la notion de suite stationnaire en disant qu'une suite d'événements est N-*stationnaire* (N étant un nombre entier ≥ 0), si, pour tout couple d'indices i et j tels que $|i-j|\geq N$, la probabilité $p_{i,j}$ ne dépend que de la différence $|i-j|$. On a ainsi une échelle de modes de stationarité de plus en plus larges lorsque N est pris de plus en plus grand. Les suites O-stationnaires ne sont autres que les suites stationnaires au sens de M. Khintchine. On peut montrer que, *quel que soit le nombre entier* $N\geq 0$, *toute suite N-stationnaire d'événements satisfait aux hypothèses du théorème 1 bis et par conséquent, obéit à la loi des grands nombres.*

4. Nous avons pu également démontrer la proposition suivante :

THÉORÈME 2. — *Si l'expression* (1) *est bornée supérieurement quand* m, n *varient et si la limite*

(5) $$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathfrak{M}[(X_1+\ldots+X_n)X_{n+1}]}{n}$$

existe, alors la suite de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ *obéit à la loi des grands nombres.*

De là découle aussitôt le théorème suivant :

THÉORÈME 2 *bis*. — *Pour que la suite d'événements* $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ *obéisse à la loi des grands nombres, il suffit que l'expression* (3) *soit bornée supérieu-*

([5]) A. KHINTCHINE, *Giorn. Istituto Ital. Attuari*, 3, 1932, pp. 267-272.

rement quand m, n varient et que la limite

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_{i,n+1} \tag{6}$$

existe.

On remarque que toute suite stationnaire d'événements satisfait aux conditions du théorème 2 *bis*.

Nos résultats peuvent être regardés comme des généralisations du théorème de M. Khintchine sur la validité de la loi des grands nombres pour les suites stationnaires de variables aléatoires ou d'événements.

GÉOMÉTRIE. — *Sphères de Taylor du tétraèdre.* Note (1) de M. **Victor Thébault**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Dans un triangle quelconque $T \equiv ABC$, les cercles inscrit et exinscrits (I) et (I_a), (I_b), (I_c), de centres I, I_a, I_b, I_c, qui touchent BC, CA, AB en (D, E, F), (D_a, E_a, F_a), ..., (D_c, E_c, F_c), sont toujours extérieurs deux à deux. Les cercles décrits sur E_aF_a, D_bF_b, E_cD_c comme diamètres, rencontrent donc I_bI_c, I_cI_a, I_aI_b aux *points-limites* L_a et L'_a, L_b et L'_b, L_c et L'_c des cercles (I_b) et (I_c), (I_c) et (I_a), (I_a) et (I_b). Ces points-limites coïncident avec les projections orthogonales des points de rencontre de BC, CA, AB avec les cercles décrits sur I_bI_c, I_cI_a, I_aI_b comme diamètres, c'est-à-dire avec les projections des pieds des hauteurs A, B, C du triangle $T' \equiv I_aI_bI_c$ sur ses côtés. Dans le triangle T', le cercle de Taylor coïncide donc avec le cercle (Ω) orthogonal aux cercles exinscrits (I_a), (I_b), (I_c) de son triangle orthique ABC, qui contient les points-limites L_a, L'_a, L_b, L'_b, L_c, L'_c (2). Une inversion de pôle I_a transforme (I_b) et (I_c) en deux cercles concentriques (I'), (I_a) en un cercle (I'_a) et (Ω) en la droite $I'I'_a$. Le cercle (Ω) est donc l'inverse de la droite $I'I'_a$ et son centre coïncide avec celui du cercle inscrit au triangle complémentaire de ABC.

Les cercles de Taylor des triangles II_bI_c, II_cI_a, II_aI_b se construisent de la même façon.

2. Dans un tétraèdre quelconque $T \equiv ABCD$, la sphère inscrite (I), les sphères exinscrites dans les trièdres tronqués (I_a), (I_b), (I_c), (I_d) et les trois sphères des combles (I_1), (I_2), (I_3), sont toujours extérieures deux à deux. Les points-limites des sphères (I_a) et (I_b), (I_b) et (I_c), (I_c) et (I_a), (I_d) et (I_a), (I_d) et (I_b), (I_d) et (I_c), sont donc sur la sphère (Ω) orthogonale aux sphères (I_a), (I_b), (I_c), (I_d), qui est toujours réelle.

Si les sphères (I_b), (I_c), (I_d) touchent le plan BCD en B_1, C_1, D_1, les sphères

(1) Séance du 23 octobre 1944.

(2) Cercle signalé pour la première fois sous le pseudonyme Eutaris (*Journal de Vuibert*, 2, 1877, p. 30) et étudié par H. M. Taylor (*Proceedings of the London Mathematical Society*, 15, 1884, p. 122).

décrites sur les côtés du triangle $B_1C_1D_1$ comme diamètres rencontrent I_bI_c, I_cI_d, I_dI_b aux points-limites L_d et L'_d, L_b et L'_b, L_c et L'_c des sphères (I_b), (I_c), (I_d) prises deux à deux et les sphères décrites sur les côtés du triangle $I_bI_cI_d$ comme diamètres rencontrent B_1C_1, C_1D_1, D_1B_1 en six points δ et δ', β et β', γ et γ', dont les projections orthogonales sur I_bI_c, I_cI_d, I_dI_b coïncident avec les points-limites des sphères considérées. Des remarques analogues concernent les configurations formées par les points de contact C_2, D_2, A_1, ... des sphères (I_c), (I_d), (I_a), ..., sur les plans CDA, ..., et les sphères associées aux triangles $I_cI_dI_a$ et $C_2D_2A_1$, ..., similaires des précédentes.

Les projections orthogonales des points (δ *et* δ', β *et* β', γ *et* γ'), ..., *sur les arêtes* (I_bI_c), (I_cI_d), (I_dI_b), ..., *du tétraèdre* $T'\equiv I_aI_bI_cI_d$ *coïncident donc avec les douze points-limites des sphères* (I_a), (I_b), (I_c), (I_d) *prises deux à deux et appartiennent à la sphère* (Ω) *orthogonale à celles-ci* (Sphère de Taylor du tétraèdre T′).

Une inversion du pôle L_d transforme (I_b) et (I_c) en deux sphères concentriques (I'), (I_d) et (I_a) en des sphères (I'_d) et (I'_a), et (Ω) en le plan $I'I'_aI'_d$. La sphère (Ω) est donc l'inverse du plan $I'I'_aI'_b$ et son centre coïncide avec le point commun aux perpendiculaires menées des centres des cercles $B_1C_1D_1$, $C_2D_2A_1$, ..., sur les plans des faces $I_bI_cI_d$, $I_cI_dI_a$, ..., de T′.

Les sphères de Taylor des $8.7.6.5/1.2.3.4 = 70$ tétraèdres provenant des quadruples de sphères tangentes aux quatre plans des faces de T se construisent de la même manière.

3. Dans le plan le triangle T′ est circonscrit à T tandis que, dans l'espace, le tétraèdre T′ n'est *jamais* circonscrit à T. C'est ce qui différencie essentiellement les deux configurations, qui se rapprochent le plus dans le cas spécial du tétraèdre T où

$$\cos a + \cos a' = \cos b + \cos b' = \cos c + \cos c',$$

a et a', ... étant les dièdres suivant les arêtes BC et DA, ...

Dans ce cas particulier, *le tétraèdre* T′ *est orthocentrique et d'orthocentre* I. *Le centre* Ω *de la sphère de Taylor de* T′ *coïncide avec le point de concours des parallèles aux axes* AI, BI, CI, DI *de* T *menées par les centres des cercles circonscrits aux quatre triangles ayant pour sommets les points de contact de trois des sphères* (I_a), (I_b), (I_c), (I_d) *sur les plans des faces* BCD, CDA, DAB, ABC *de* T.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la validité du théorème d'Ehrenfest en mécanique ondulatoire de Dirac.* Note de M. Félix Bertaut.

A. Le théorème d'Ehrenfest affirme qu'en mécanique ondulatoire de Schrödinger la matrice $\overline{m_0 d^2x/dt^2}$, masse $\times$ accélération, est égale à la matrice force $\overline{F_x}$, autrement dit qu'entre matrices l'équation (1) de Newton est vérifiée :

$$(1) \quad \vec{F} = m\vec{\gamma}, \qquad (2) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt},$$

En théorie de Dirac l'égalité (1) n'est plus vraie ([1]). Mais, la théorie de Dirac étant *relativiste*, il convient d'examiner la forme *relativiste* (2) de l'équation de Newton où $\vec{P}$ est la quantité de mouvement *propre* de l'électron. En mécanique de Schrödinger les énoncés (1) et (2) se confondent. Nous allons montrer qu'en mécanique de Dirac l'énoncé (2) seul est vérifié.

Dans le cas d'un champ extérieur défini par le quadrivecteur potentiel $(\vec{V}, \vec{\mathcal{A}})$ supposé réel, on a, en appelant $\vec{p}$ la quantité de mouvement *totale* de l'électron,

$$(3)\qquad P = p - \varepsilon\frac{\vec{\mathcal{A}}}{c};$$

$\varepsilon = -|e|$ est la charge de l'électron. L'équation de Dirac s'écrit, avec la signification usuelle (5) des opérateurs $\vec{P}$ et P_0 du quadrivecteur quantité de mouvement *propre*,

$$(4)\qquad \left(\vec{\alpha}.\vec{P} + P_0 + \alpha_4 m_0 c\right)\Psi = 0,$$

$$(5)\qquad \vec{P} = -\frac{h}{2\pi i}\overrightarrow{\text{grad}} - \varepsilon\frac{\vec{\mathcal{A}}}{c}, \qquad P_0 = \frac{h}{2\pi i}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon\frac{V}{c}.$$

B. Dérivant par rapport à t la matrice (7) correspondant à l'opérateur $\vec{p}$ (6), quantité de mouvement *totale* de l'électron, on obtient

$$(6)\qquad \vec{p} = -\frac{h}{2\pi i}\text{grad}, \qquad (7)\qquad \overline{p_x} = -\frac{h}{2\pi i}\int \Psi_l^*\frac{\partial\Psi_l}{\partial x}d\tau,$$

$$(8)\qquad \frac{\overline{dp_x}}{dt} = -\frac{h}{2\pi i}\int\left(\frac{\partial\Psi^*}{\partial t}\frac{\partial\Psi}{\partial x} + \Psi^*\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\,\partial t}\right)d\tau = -\frac{h}{2\pi i}\int\left(\frac{\partial\Psi^*}{\partial t}\frac{\partial\Psi}{\partial x} - \frac{\partial\Psi^*}{\partial x}\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)d\tau.$$

En éliminant $(h/2\pi i)(\partial/\partial dt)$ grâce à (4) et (5), on trouve

$$(9)\qquad \frac{\overline{dp_x}}{dt} = \int \varepsilon V\frac{\partial}{\partial x}(\Psi\Psi^*)\,d\tau$$
$$- c\varepsilon\int\left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)\left(\vec{\alpha}.\vec{P}\Psi\right)^* + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)^*\left(\vec{\alpha}.\vec{P}\Psi\right)\right]d\tau - m_0c^2\int\frac{\partial}{\partial x}(\Psi\alpha_4\Psi^*)\,d\tau.$$

Le dernier terme, transformé en intégrale de surface, disparaît. Après intégration partielle du premier terme et des simplifications du deuxième on obtient, avec les notations (11),

$$(10)\qquad \frac{\overline{dp_x}}{dt} = -\int \rho\frac{\partial V}{\partial x}d\tau + \int \overrightarrow{\rho v}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\frac{\vec{\mathcal{A}}}{c}d\tau,$$

$$(11)\qquad \rho = \varepsilon\Psi^*\Psi, \qquad \overrightarrow{\rho v} = -c\varepsilon\Psi^*\vec{\alpha}\Psi;$$

ρ est la densité et $\rho\vec{v}$ le vecteur courant du fluide de probabilité.

---

(1) Voir par exemple L. de Broglie, *L'électron magnétique*, p. 294.

C. Dérivons de même, par rapport à t, la matrice $\overline{\varepsilon\mathfrak{A}_x}$ définie par

$$\overline{\varepsilon\mathfrak{A}_x} = \int \Psi^* \varepsilon \mathfrak{A}_x \Psi \, d\tau. \tag{12}$$

Un calcul analogue au précédent fournit, avec les notations (11),

$$\frac{d}{dt} \varepsilon \frac{\overline{\mathfrak{A}_x}}{c} = \int \rho \left(\vec{v} . \overrightarrow{\text{grad}} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\mathfrak{A}_x}{c} \, d\tau; \tag{13}$$

(13) présente bien la forme d'une dérivée totale par rapport au temps.

D. Soient π_ν et a_ν respectivement les densités des quantités de mouvement totale et potentielle. On peut alors remplacer (10) et (13) par les relations relativistes (10′) et (13′) entre densités :

$$\frac{d}{dt}\pi_\nu = \mathrm{I}^u \frac{\partial}{\partial x^\nu} \varphi_u, \tag{10′}$$

$$\frac{d}{dt} a_\nu = \mathrm{I}^u \frac{\partial}{\partial x^u} \varphi_\nu; \tag{13′}$$

φ_u et I^u sont respectivement les quadrivecteurs potentiel et courant. Par soustraction on voit apparaître la relation bien connue en relativité

$$\frac{d}{dt}(\pi_\nu - a_\nu) = \mathrm{I}^u \left(\frac{\partial}{\partial x^\nu} \varphi_u - \frac{\partial}{\partial x^u} \varphi_\nu \right) = \mathrm{I}^u \mathrm{F}_{u\nu} = \mathrm{K}_\nu, \tag{14}$$

$\mathrm{F}_{u\nu}$ est le champ électromagnétique et K_ν la densité de force.

En notation intégrale et vectorielle on peut enfin écrire, grâce à (10), (13) et (14),

$$\frac{d}{dt} \overline{\left(\vec{p} - \varepsilon \frac{\vec{\mathfrak{A}}}{c} \right)} = \int \rho \left(\vec{h} + \frac{\vec{v}}{c} \wedge c\vec{\mathrm{H}} \right) d\tau; \tag{15}$$

$\vec{h}$ et $\vec{\mathrm{H}}$ sont les champs électrique et magnétique reliés aux potentiels par $\vec{h} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,\mathrm{V} - (1/c).(\partial/\partial t)\vec{\mathfrak{A}}$; $\vec{\mathrm{H}} = \text{rot}\,\vec{\mathfrak{A}}$.

Le premier membre de (15) représente la variation par unité de temps de la matrice quantité de mouvement *propre* $\vec{\overline{\mathrm{P}}}$ de l'électron et le second membre est la matrice $\vec{\overline{\mathrm{F}}}$ force moyenne. Le théorème d'Ehrenfest sous sa forme *relativiste* (2) est donc vérifié.

Cette relation (15) ne contient pas le spin. On doit en conclure que, en mécanique de Dirac, il ne convient pas d'attribuer au spin une énergie potentielle.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Étude théorique du mouvement séculaire de l'axe terrestre*. Note [1] de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Jean Chazy.

Je me suis proposé de chercher le mouvement du pôle dans les hypothèses suivantes.

Le plan xOy étant le plan invariable du système solaire, on adopte pour

---

[1] Séance du 3 janvier 1945.

mouvement du pôle $P(\alpha, \beta, \gamma)$ de l'écliptique l'expression donnée par la théorie élémentaire des perturbations séculaires

$$(1)\quad \begin{cases} \alpha = \sum_{i=1}^{N-1} M_i \sin(\nu_i t + \mu_i), \\ \beta = \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cos(\nu_i t + \mu_i), \end{cases}$$

N étant le nombre des planètes.

Le mouvement séculaire instantané du pôle $M(x, y, z)$ de la Terre est une rotation de grandeur

$$\omega = \omega_1 \cos\varepsilon,$$

où ω_1 est une constante et ε l'obliquité de l'écliptique.

J'emploie une méthode de variation des constantes qui consiste à chercher le mouvement du point $m(\xi, \eta, \zeta)$ déduit à chaque instant de M par une rotation de $-\theta$ autour de P, où

$$(2)\quad \theta = \int \omega\, dt.$$

On pose ainsi

$$(3)\quad \begin{cases} x = \xi[\alpha^2 + (1-\alpha^2)\cos\theta] + \eta[\alpha\beta(1-\cos\theta) - \gamma\sin\theta] + \zeta[\alpha\gamma(1-\cos\theta) + \beta\sin\theta] \\ y = \xi[\alpha\beta(1-\cos\theta) + \gamma\sin\theta] + \eta[\beta^2 + (1-\beta^2)\cos\theta] + \zeta[\beta\gamma(1-\cos\theta) - \alpha\sin\theta], \\ z = \xi[\alpha\gamma(1-\cos\theta) - \beta\sin\theta] + \eta[\beta\gamma(1-\cos\theta) + \alpha\sin\theta] + \zeta[\gamma^2 + (1-\gamma^2)\cos\theta]. \end{cases}$$

m se déplace lentement et coïncide avec M à des intervalles de temps égaux à la période de la précession, de plus ε est aussi l'angle de Om et OP.

Le mouvement de m est défini par le système

$$(4)\quad \begin{cases} \dfrac{d\xi}{dt} = Q\zeta - R\eta, \\ \dfrac{d\eta}{dt} = R\xi - P\zeta, \\ \dfrac{d\zeta}{dt} = P\eta - Q\xi, \end{cases}$$

où

$$(5)\quad \begin{cases} P = -\sin\theta \dfrac{d\alpha}{dt} - (1-\cos\theta)\gamma\dfrac{d\beta}{dt} + (1-\cos\theta)\beta\dfrac{d\gamma}{dt}, \\ Q = (1-\cos\theta)\gamma\dfrac{d\alpha}{dt} - \sin\theta\dfrac{d\beta}{dt} - (1-\cos\theta)\alpha\dfrac{d\gamma}{dt}, \\ R = -(1-\cos\theta)\beta\dfrac{d\alpha}{dt} + (1-\cos\theta)\alpha\dfrac{d\beta}{dt} - \sin\theta\dfrac{d\gamma}{dt}. \end{cases}$$

J'ai étudié d'abord le cas de non-résonance, où aucune des fréquences ν_i n'est voisine de $\omega_1 \cos\varepsilon_0$, ε_0 étant l'obliquité initiale.

En négligeant les termes du second degré en $M_1, M_2, \ldots$, on trouve alors

que le mouvement de m est une somme de petits mouvements de fréquences ν_i et $\nu_i - \omega_1 \cos\varepsilon_0$; seuls les petits mouvements de fréquences $\nu_i - \omega_1 \cos\varepsilon_0$ subsistent dans ε; et les amplitudes des termes correspondants sont

$$\frac{M_i \nu_i}{\nu_i - \omega_1 \cos\varepsilon_0}.$$

Elles sont donc de l'ordre des M_i et par conséquent faibles (quelques degrés).

J'étudie ensuite le cas où une des fréquences $\nu = \omega_1 \cos\varepsilon_0$ et je réduis P, Q aux termes de faible fréquence. L'analyse précédente ne s'applique plus à ce cas, mais le système (4) peut alors s'intégrer au moyen des fonctions elliptiques, si l'on prend comme inconnue

$$x = \cos\varepsilon_0 - \cos\varepsilon.$$

On trouve alors que l'intervalle de variation de x, développé en série suivant les puissances de $\sqrt{M}$, est

$$2\sqrt{\sin 2\varepsilon_0[1 - \sin(\lambda_0 - \mu)]}\sqrt{M} + \ldots,$$

où λ_0 est la longitude initiale de m.

M étant petit, cette amplitude peut être plus grande que celle qu'on observe dans le premier cas.

Si certaines circonstances ont été réalisées initialement, l'obliquité de l'écliptique a pu varier dans un intervalle notable (10° ou même quelques dizaines de degrés).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Remarques sur la nouvelle théorie de la lumière.* Note de M. **Léon Bloch**.

I. La nouvelle théorie de la lumière de M. L. de Broglie repose sur l'hypothèse que le photon est une particule complexe, résultant de la *fusion* de deux particules élémentaires ou demi-photons, dont l'un satisfait à l'équation de Dirac

$$(1) \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \psi_k}{\partial t} = \left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial z} + k\mu_0 c \alpha_4\right)\psi_k,$$

tandis que l'autre satisfait à l'équation complémentaire

$$(2) \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \varphi_k}{\partial t} = \left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial x} - \alpha_2 \frac{\partial}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial z} - k\mu_0 c \alpha_4\right)\varphi_k.$$

L'équation complémentaire diffère de l'équation de Dirac par le changement de sens de l'axe des y et le changement de signe de la masse μ_0.

II. L'existence de masses négatives ne paraissant suggérée par aucune considération physique, il y a lieu de rechercher si le lien existant entre les

équations (1) et (2) ne peut pas se traduire autrement, en respectant le signe positif de μ_0. On voit aisément qu'il en est ainsi en mettant (1) et (2) sous la forme

$$(3)\qquad \left(\frac{\alpha_4}{ic}\frac{\partial}{\partial t} + i\alpha_1\alpha_4\frac{\partial}{\partial x} + i\alpha_2\alpha_4\frac{\partial}{\partial y} + i\alpha_3\alpha_4\frac{\partial}{\partial z} + ik\mu_0 c\right)\psi_k = 0,$$

$$(4)\qquad \left(-\frac{\alpha_4}{ic}\frac{\partial}{\partial t} - i\alpha_1\alpha_4\frac{\partial}{\partial x} + i\alpha_2\alpha_4\frac{\partial}{\partial y} - i\alpha_3\alpha_4\frac{\partial}{\partial z} + ik\mu_0 c\right)\varphi_k = 0.$$

L'équation (4) se déduit de (3) par un simple changement d'axes dans l'espace-temps (x, y, z, t) en posant

$$(5)\qquad x' = -x, \qquad y' = y, \qquad z' = -z, \qquad t' = -t.$$

L'équation complémentaire (2) n'est donc autre que l'équation de Dirac elle-même, écrite dans le système d'axes *inverses* défini par (5).

III. Si l'on veut que le corpuscule φ_k représente, dans l'espace-temps (x', y', z', t'), la même entité que le corpuscule ψ_k dans l'espace-temps (x, y, z, t), il faut poser

$$(6)\qquad \varphi_k = i\alpha_2\alpha_4\psi_k.$$

La matrice $i\alpha_2\alpha_4$ n'est que l'une des 16 matrices indépendantes que l'on peut former par multiplication des matrices de Dirac et qui constituent le tableau

$$(7)\qquad \left\{\begin{array}{cccc} & & \alpha_4 & \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & 1 \\ i\alpha_2\alpha_3\alpha_4 & i\alpha_3\alpha_1\alpha_4 & i\alpha_1\alpha_2\alpha_4 & \\ i\alpha_1\alpha_4 & i\alpha_2\alpha_4 & i\alpha_3\alpha_4 & \\ i\alpha_2\alpha_3 & i\alpha_3\alpha_1 & i\alpha_1\alpha_2 & i\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \\ & \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = \alpha_5 & & \end{array}\right.$$

A chacune des matrices de ce tableau correspond une transformation du type (6) et une équation complémentaire qui lui est associée. Cette équation est définie par une transformation du type (5) dans l'espace-temps galiléen. Nous donnons ici les transformations qui correspondent à chacune des matrices du tableau (7), en n'écrivant que les coordonnées qui changent de signe par l'effet de la transformation :

$$(8)\qquad \left\{\begin{array}{cccc} & & x'y'z' & \\ x't' & y't' & z't' & - \\ x' & y' & z' & \\ y'z't' & z'x't' & x'y't' & \\ y'z' & z'x' & x'y' & x'y'z't' \\ & & t' & \end{array}\right.$$

IV. Dans le tableau (8), la transformation identique est dénotée. — L'équa-

tion complémentaire est dans ce cas l'équation de Dirac elle-même. Les deux fonctions ψ_k et φ_k sont identiques; ce sont par exemple des ondes planes monochromatiques de même énergie et de même amplitude.

On vérifie aisément que, dans ce cas, les fonctions photoniques Φ_{ik} de M. L. de Broglie forment un tableau qui présente des éléments de symétrie et d'antisymétrie. En se référant aux relations établies entre les Φ_{ik} et les grandeurs électromagnétiques, on constate alors que toutes les grandeurs électromagnétiques *non-maxwelliennes* sont nulles. On peut donc dire que l'Électromagnétisme maxwellien (avec termes correctifs en μ_0^2) résulte de la nouvelle théorie du photon lorsque l'on suppose celui-ci formé de deux demi-photons identiques.

Il est également possible d'associer deux demi-photons convenablement choisis de façon à obtenir un Électromagnétisme purement non-maxwellien.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur l'oxydation de l'aluminium.*

Note de M. **Nicolas Cabrera**, présentée par M. Albert Pérard.

1. On sait qu'il se forme sur l'aluminium une couche d'oxyde (Al^2O^3) dont l'épaisseur croît d'abord très rapidement, ensuite lentement, pour arriver après trois mois à $\simeq 7^{m\mu}$ avec une vitesse de croissance de $0^{m\mu},2$ à $0^{m\mu},3$ par mois. Mott [1] a donné une théorie en admettant que l'oxydation est commandée par le passage des électrons libres du métal à la bande de conductibilité de l'oxyde (différence d'énergie Φ), suivi de leur diffusion jusqu'à la surface oxyde-air. L'accroissement rapide du début est dû à ce que, pour des épaisseurs faibles, les électrons peuvent traverser cette barrière de potentiel directement par *effet tunnel* quantique. Dans le tableau ci-dessous (I) nous donnons, en fonction de Φ, les épaisseurs x calculées, pour lesquelles $dx/dt = 0,25$ mμ/mois $\simeq 10^{-7}$ mμ/sec.

Épaisseurs calculées (*en* mμ) *pour lesquelles* $dx/dt = 10^{-7}$ mμ/sec (observées $\simeq 7$ mμ).

Φ eV.	I. Effet tunnel.	II. Effet thermique. T = 300° K.	T = 400° K.	T = 500° K.	III. Effet photoél. (10^{-4} rayonn. sol.).
1	4,0	5.	5.10^4	10^7	5.10^2
1,5	3,4	10^{-10}	10^{-2}	10^2	10^2
2	3,0	5.10^{-17}	10^{-8}	10^{-3}	5.10
2,5	2,7	10^{-25}	10^{-14}	10^{-8}	10

On voit que l'effet tunnel n'est pas suffisant pour rendre compte des épaisseurs limites observées.

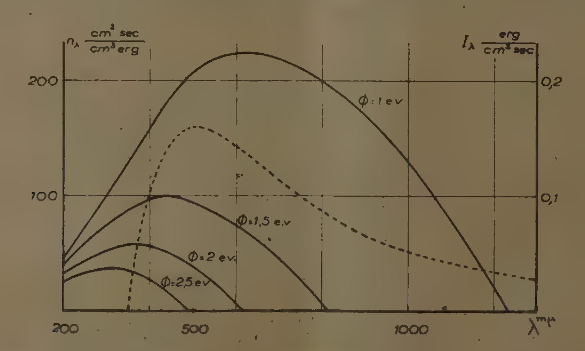
(1) *Trans. Farad. Soc.*, 36, 1940, p. 472.

2. A la température ambiante et au-dessus, et pour des valeurs faibles de Φ, l'énergie thermique est suffisante pour faire passer les électrons du métal à la bande de conductibilité de l'oxyde. La théorie de ce mécanisme conduit à une loi de la forme

$$(1) \qquad \frac{dx}{dt} = \frac{n\Omega D}{x}, \qquad n = \frac{2(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\Phi}{kT}},$$

où n est le nombre d'électrons par cm^3 dans la bande de conductibilité de l'oxyde, en équilibre avec le métal à la température T, Ω le volume d'oxyde par électron libéré ($\simeq 10^{-22}$ cm^3), et D la constante de diffusion des électrons ($\simeq 0{,}25$ cm^2 sec). D'après le tableau (II), et pour obtenir à $T \sim 300°$ K. des épaisseurs de $\sim 7^{m\mu}$, il suffit d'admettre que $\Phi \sim 1$ eV; c'est ce qu'a supposé Mott. Or, d'après ce même tableau, et avec $\Phi \sim 1$ eV, il suffirait de monter au-dessus de la température ambiante pour avoir des épaisseurs énormes (50^{μ} à 400° K., 1^{cm} à 500° K.), qui ne correspondent pas à la réalité. En effet nous avons étudié, dans des expériences préliminaires, la formation de la couche d'oxyde à ces températures. Après 9 jours, les épaisseurs obtenues ont été de ~ 4, ~ 12 et $\sim 20^{m\mu}$ aux températures de 300°, 400° et 500° K. Nous devons en conclure que la température joue un rôle secondaire dans le mécanisme de l'oxydation, ce qui conduit à supposer $\Phi \gtrsim 2$ eV.

3. Il y a un autre mécanisme possible, pour faire passer les électrons à travers le saut de potentiel Φ, c'est l'effet photoélectrique des radiations de fréquence supérieur à Φ/h. Nous allons voir que l'effet photoélectrique théorique de la radiation ambiante est suffisant pour obtenir l'ordre de grandeur des couches observées. La formule (1) est toujours valable, n (plutôt n_λ) étant maintenant le nombre d'électrons par cm^3 en équilibre avec le métal illuminé par un rayonnement permanent de longueur d'onde λ. La théorie de l'effet



photoélectrique permet de calculer au moins l'ordre de grandeur du nombre P d'électrons émis par unité d'énergie incidente; n_λ est donné par la formule $n_\lambda = 4P/\bar{c}$, $\bar{c}$ étant la vitesse moyenne d'émission des électrons, que nous avons

pris $\simeq 0,8\sqrt{2(h\nu - \Phi)/h}$. La figure donne n_λ en électrons par cm³, et erg d'énergie incidente par cm² et sec, en fonction de λ et pour diverses valeurs de Φ.

Nous avons admis dans le calcul, pour la largeur de la bande de conductibilité de l'aluminium, la valeur 16 eV, tirée des expériences sur l'émission de rayons X. Sur la même figure nous avons reporté la distribution spectrale du rayonnement moyen existant dans un laboratoire, en erg/cm² sec, admettant, pour sa valeur absolue 10^{-4}, celle du rayonnement solaire au-dessus de l'atmosphère. Par une intégration graphique, on obtient alors les $n = \int I_\lambda n_\lambda \, d\lambda$ correspondant à chaque valeur de Φ, d'où les épaisseurs pour lesquelles $dx/dt \sim 10^{-7}$ mμ/sec, qui sont écrites dans le tableau (III). On obtient ainsi, pour $\Phi \sim 2,5$ eV, l'ordre de grandeur des épaisseurs observées. Nous sommes d'ailleurs en présence d'une nouvelle méthode d'oxydation, que nous appellerons *photoélectrique* et qui permettrait d'obtenir facilement des couches assez épaisses. D'après la figure et admettant $\Phi = 2,5$, le rayonnement le plus efficace serait le proche ultraviolet. Avec $\lambda \sim 300^{m\mu}$ et une énergie de 10^4 erg/cm² sec (lampe à Hg ordinaire à 30^{cm}) on obtiendrait, au bout de 10 jours, une couche d'oxyde de $50^{m\mu}$, qui correspond à $30^{m\mu}$ de Al, c'est-à-dire une couche presque opaque.

PHOTOGRAPHIE. — *Emploi du papier* ozalid *pour les enregistrements photographiques*. Note de M. **A.-A. Guntz**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Le papier sensible, dit *ozalid*, aux colorants diazoïques, remplace actuellement le papier bien connu des *bleus d'architecte* au ferricyanure.

Sa commodité d'emploi, son prix de revient minime m'ont incité, dans la pénurie actuelle, à essayer de l'utiliser pour l'enregistrement des déplacements du spot d'un galvanomètre.

Sa sensibilité, un peu supérieure à celle du papier au citrate d'argent, est nettement inférieure à celle du papier au gélatino-bromure; d'où la nécessité, et la difficulté d'avoir un spot suffisamment brillant. Je l'ai obtenu en conjuguant les effets d'une source très actinique de grande brillance et d'un dispositif optique équivalant un système de grande ouverture focale qui ne charge pas le galvanomètre.

A. *Source lumineuse.* — Arc à vapeur de mercure à haute pression (Type Philora H. P. 300 à ampoule claire); sa brillance dépasse 1000 bougies/cm²; elle est inférieure à celle de l'arc au charbon, mais la lampe au mercure n'a pas les inconvénients, encombrement, consommation, réglage de la lampe au charbon. L'arc s'amorce automatiquement sous 220 volts et fonctionne sur le secteur alternatif 110 volts avec un petit transformateur survolteur (consommation 80 watts). Il a environ 20^{mm} de longueur, sur 2^{mm} de largeur, il éclaire une fente verticale de largeur 1^{mm}, placée à proximité immédiate.

B. *Dispositif optique.* — Le miroir du galvanomètre, de forme rectangulaire, hauteur 22^{mm}, largeur 44^{mm}, est découpé dans un verre de lunette plan cylindrique pour astigmate. Sa face concave, cylindrique à axe vertical, a été recouverte d'aluminium par vaporisation dans le vide. Rayon de courbure 1^{m} environ. Il donne de la fente, placée près du centre de courbure, une image réelle, verticale. Une lentille cylindrique d'axe horizontal intercepte les rayons convergeant vers le papier sensible. Cette lentille à court foyer provient d'un élément de phare de Fresnel : plan cylindrique, 12^{cm} de longueur, 35^{mm} de largeur, distance focale 35^{mm} environ. C'est à peu près la distance du papier de cette lentille pour l'image nette de la fente. Cette image, de hauteur très réduite, est notre spot, 1^{mm} de large sur $1/3^{mm}$ de hauteur. Sa brillance est considérable grâce à l'ouverture de la lentille très convergente fixée à demeure devant le cylindre enregistreur. Le cylindre enregistreur est un modèle J. Richard, diamètre 9^{cm}, hauteur 12^{cm}; il fait un tour en 26 minutes, la vitesse du papier est de 11^{mm} environ par minute.

La finesse du trait obtenu et l'intensité de l'impression sont renforcées par ce fait que, lors des déplacements du miroir, le spot, rectangle très allongé, se meut dans le sens de sa plus grande dimension.

Les cotes données ici sont seulement à titre d'exemple; elles correspondent au matériel dont je disposais. On pourrait obtenir une puissance supérieure par une combinaison associant une plus grande ouverture à un bon stigmatisme.

L'essentiel est dans l'utilisation du principe des lentilles cylindriques croisées qui permet d'obtenir une brillance suffisante pour impressionner le papier sensible. Alors l'emploi de ce papier, dans les limites de ses possibilités, s'imposera.

Résumons les avantages. — Le papier sensible peut être manipulé sans précautions, à la lumière artificielle ou au jour diffus.

Il n'est pas nécessaire d'enfermer, dans un boîtier étanche, cylindre enregistreur et galvanomètre.

Le galvanomètre, rendu indépendant de la table du travail et du cylindre, est placé dans les meilleurs conditions de stabilité.

On peut suivre le spot et, pendant que le tracé s'opère, porter sur le papier des annotations et marques. Un quadrillage de référence, dessiné à l'échelle désirée sur du papier calque bien transparent, peut être préalablement imprimé par une exposition de quelques secondes à la lumière solaire directe.

Le papier sensible est développé à sec au gaz ammoniac; il n'est pas déformé, les pointés sont ainsi assurés avec le maximum de sécurité.

L'enregistrement photographique a l'avantage reconnu de permettre une interprétation plus fine de faibles variations et la mise en évidence de petits écarts brusques. Je l'utilise au laboratoire depuis 1940 en analyse potentiométrique, m'offrant ainsi le luxe utile du document qui conserve la trace de l'opération sans ralentir le travail.

Le développement est extrêmement rapide, le prix du papier est minime, insignifiant.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Microdosages volumétriques par la méthode électro-différentielle.* Note de Mme **Raymonde Duval** et M. **Clément Duval**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons donné (¹) le principe d'une nouvelle méthode d'électrotitrage utilisant un montage différentiel simple. Plusieurs centaines de dosages variés ayant été effectués à l'aide du dispositif, nous commençons la publication des résultats.

Notons d'abord que la prise d'essai contient de $0^{mg},1$ à 2^{mg} de substance à doser par centimètre cube, pour un volume maximum de 5^{cm^3}; avec les microburettes existant actuellement en France et graduées en 1/20 de centimètre cube, nous pensons qu'il est convenable de ne pas descendre au dessous de 2^{cm^3}. La précision de la méthode dépend beaucoup plus de la qualité de la pipette et de la microburette que de la sensibilité de l'oreille à percevoir le minimum de son. Des dosages peuvent parfois être exécutés d'une façon précise avec des vases munis d'électrodes non platinées. En raison de la forme étroite des vases de conductibilité et de la nécessité de les agiter après chaque addition de réactif, il est difficile d'utiliser des microburettes avec pointe rapportée et protège-pointe. Il vaut mieux se servir d'un seul appareil gradué plutôt que d'en utiliser un pour chaque vase. Une lampe triode oscillatrice, munie d'un amplificateur adapté suivant un schéma classique, peut remplacer avec avantage la bobine de Ruhmkorff. Le trèfle cathodique s'emploie également à la place de l'écouteur; la sensibilité n'augmente pas, mais l'opérateur peut réaliser le dosage dans un lieu bruyant. Lorsqu'un même dosage, par exemple une acidimétrie, peut s'effectuer par notre méthode ou par l'emploi d'un indicateur, la précision est toujours meilleure dans le cas de la méthode audible.

La méthode convient aussi bien pour les dosages par neutralisation que pour ceux de précipitation ou d'oxydoréduction. Ce sont naturellement les corps les plus insolubles qui permettent de faire les meilleurs dosages et les résultats sont généralement mauvais lorsque le précipité se trouve placé dans une quantité de liquide presque suffisante pour le dissoudre. La méthode semble en défaut lorsque le platine des électrodes catalyse la destruction des substances à doser. Dans quelques mesures les courbes tracées ne sont pas sécantes, mais tangentes ou bien viennent presque au contact l'une de l'autre. On peut arriver à les faire se couper en modifiant le pH de la solution (cas du dosage de Zn^{++} par l'ion ferrocyanure). Certains modes de dosage qui étaient jusqu'ici l'apanage de la gravimétrie sont susceptibles d'emploi en microvolumétrie (cas de la précipitation du magnésium sous forme de phosphate ammoniaco-magnésien). Diverses impuretés, qui gêneraient fortement la coloration finale dans le cas

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1237.

d'une macrovolumétrie, n'entrent pas en ligne de compte ici, ce qui rend plus générales les conditions du dosage. Ainsi, dans l'exemple précédent du zinc, on sait que des traces de fer ou de cuivre masquent la teinte donnée par un sel d'uranium; cet inconvénient n'existe pas dans notre méthode, qui n'utilise pas d'indicateur. La durée d'un dosage varie de 10 à 20 minutes, si l'on connaît préalablement l'ordre de grandeur du poids à déterminer; le réactif est choisi de façon à posséder une concentration moléculaire à peu près cinq fois plus élevée que celle du corps antagoniste.

Dosage du zinc. — La liqueur titrée est une solution aqueuse de ferrocyanure de potassium à 18^{g} environ de sel $[Fe(CN)^6]K^4, 3H^2O$ par litre, renfermant en outre $0^{g},1$ de carbonate de sodium. Le pH de la liqueur de zinc doit être compris entre 3 et 6 (entre 5 et 6 si l'on ne met pas de carbonate). Au-dessous de pH 3, les deux courbes ne se coupent pas. En vue d'ajuster ce pH (par addition d'ammoniaque), on constate que le chlorure ou l'azotate d'ammonium ne gênent pas le dosage. Le précipité formé a toujours la constitution $[Fe(CN)^6]^2 Zn^3 K^2$. Pour des teneurs de l'ordre de 1/2 à 1^{mg} de zinc par centimètre cube, les résultats accusent une erreur relative de $\pm 3,5$ %. Le dosage du métal à l'aide d'une solution titrée d'acide anthranilique n'a pas donné de bons résultats.

Dosage du calcium. — Le réactif utilisé est une solution aqueuse d'oxalate de sodium à $6^{g},70$ par litre; le pH du sel de calcium est amené vers 4,4 (tampon acide acétique-acétate alcalin). La précision atteint 1,2 à 1,8 % pour des teneurs comprises entre 0,1 et 1^{mg} de calcium par centimètre cube (volume de solution 2 à 5^{cm^3}).

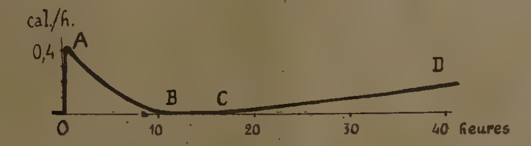
Dosage du magnésium. — On prend une liqueur titrée de phosphate disodique renfermant environ 74^{g} de sel $PO^4Na^2H, 12 H^2O$ par litre. A 2 ou 3^{cm^3} de liqueur essayée on ajoute préalablement 1^{cm^3} d'ammoniaque commerciale diluée au dixième. L'erreur est du même ordre que dans le cas du calcium. Les résultats deviennent mauvais en augmentant la concentration de l'ammoniaque ou en supprimant ce corps (c'est-à-dire en considérant la précipitation du phosphate trimagnésien au lieu du phosphate ammoniaco-magnésien.)

Dosage du fer. — La solution aqueuse de permanganate de potassium renferme $1^{g},58$ de sel par litre. Le sel ferreux utilisé (sel de Mohr) est additionné de 1^{cm^3} d'acide sulfurique N/40; les minima du son sont très nets et conduisent souvent à des nombres théoriques, quoique les deux courbes ne se coupent pas, mais viennent presque au contact. Nous avons dosé, par cette méthode volumétrique bien connue, 28^{γ} de fer par centimètre cube avec une erreur maximum de 10 % en excès. (Théorie, $0^{cm^3},50$ de réactif; observation, de 0,50 à $0^{cm^3},55$ sur cinq essais.)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le dégagement de chaleur manifesté au cours des premiers stades de l'hydratation des graines.* Note de MM. **Henri Prat** et **Edouard Calvet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans le cadre de notre étude de l'organogenèse végétale [1], nous avons cherché à analyser, par l'examen de leurs manifestations thermiques, les premiers stades du réveil de l'activité végétative dans les graines. Pour cela nous avons utilisé le micro-calorimètre à compensation de A. Tian [2]. Sa haute sensibilité permet de mesurer des débits thermiques inférieurs au 1/100 de petite calorie par heure [3]; de plus il opère à température constante. Ce sont là deux conditions précieuses pour l'analyse des phénomènes biologiques; cependant, jusqu'ici, cet appareil n'avait jamais été appliqué à des recherches de biologie végétale.

Dans nos expériences la température était maintenue à 17°. Sur le Blé, nous avons obtenu les résultats suivants : Dès leur mise en contact avec l'eau les grains dégagent une quantité notable de chaleur. En 7 à 8 minutes le débit atteint un maximum qui, dans ces expériences, était de l'ordre de 0,4 cal./h.



pour 1g de grains mis au contact de 1g d'eau distillée (A). Puis ce débit décroît. Il s'annule (B) au bout de 10 à 12 heures; ensuite, après un temps mort (BC), il reprend, pour s'élever dès lors constamment (CD). Au bout de deux jours il est de l'ordre de 0,2 cal./h.

Nous pouvons interpréter ces faits de la façon suivante : le dégagement de chaleur manifesté dans la première phase (OAB) est dû à l'hydratation progressive des diverses parties du grain ; somme algébrique de réactions exothermiques et endothermiques : adsorptions, imbibitions, dissolutions etc. Nous proposons de l'appeler *thermogenèse physicochimique*. La quantité totale de chaleur qu'elle fournit était, dans ces expériences, d'environ 2 calories pour 1g de grains. Après le temps mort BC, le nouveau tronçon ascendant de la courbe (CD) marque l'entrée en jeu des phénomènes physiologiques de la germination, d'abord principalement cataboliques : respiration, digestion etc. Nous appellerons cette seconde phase *thermogenèse biologique*. Dans certaines

---

(1) H. Prat, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 253; 217, 1944, p. 518.

(2) *Ibid.*, 178, 1924, p. 705.

(3) Mme Béranger-Calvet, *J. Chim. phys.*, 24, 1927, p. 325; É. Calvet, *ibid.*, 30, 1933, p. 1.

conditions le temps BC peut être réduit à zéro et même le débit thermique marquer simplement un minimum en B, sans s'annuler, les deux phases empiétant alors l'une sur l'autre.

Sur des grains broyés le débit calorifique de la première phase est plus intense et plus bref que sur les grains intacts. Pour le Blé il atteint, à son point culminant, 10 cal./h., soit 26 fois plus, et sa durée est d'une heure à peine. Mais la quantité totale de chaleur fournie par cette phase reste la même. Naturellement, dans ce cas la deuxième phase (thermogenèse biologique) est supprimée. Elle peut être remplacée par une thermogenèse de fermentation mettant en jeu des phénomènes de tout autre ordre qui seront étudiés séparément.

La comparaison de graines d'espèces diverses, dans des conditions identiques de conservation et d'expérience, nous a permis de relever des différences fondamentales dans l'allure de leurs courbes de thermogenèse et de constater que ces courbes peuvent fournir d'excellents *caractères spécifiques* et des indications précieuses sur la biologie de chaque espèce.

Par ailleurs, en faisant varier les conditions initiales et l'action de divers facteurs physiques et chimiques, on peut obtenir des modifications déterminées dans la courbe de thermogenèse. Ces modifications sont d'un très haut intérêt, à la fois théorique et pratique, car elles révèlent de façon immédiate les réactions de l'organisme étudié et permettent de les susciter et de les orienter.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Essais de printanisation de diverses espèces de végétaux cultivés.* Note de M. **Roger David**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Après nos essais de printanisation des céréales ([1]), nous résumons dans cette Note ceux obtenus avec diverses espèces de plantes potagères et industrielles. Nos essais ont été effectués, comme pour les céréales, dans les régions parisienne et provençale. La croissance de la *Vesce* printanisée (eau 185 % ; 3 jours à 14-15°C., puis à 2°C. pendant 46, 76, 111 jours) est sensiblement la même que celle des témoins pendant les 40 premiers jours de la végétation ; puis elle devient plus rapide (les rameaux latéraux s'accroissent aussi plus vite) ; enfin elle s'arrête avant celle des témoins ; la floraison est nettement avancée (8 à 15 jours) et d'autant plus que la durée du traitement est avancée (8 à 15 jours) et d'autant plus que la durée du traitement est plus grande ; il en est de même de la fructification. Le rendement est un peu augmenté : les graines sont plus grosses chez les sujets printanisés. La *Moutarde blanche* traitée par le froid (eau 70 % ; 3 jours à 15°C., puis à 2°C. pendant 30, 40, 75 jours) donne des plantes qui s'accroissent à peu près comme les témoins pendant un mois et demi (jusqu'au

([1]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 628.

moment de l'apparition des boutons floraux, c'est-à-dire 5 à 12 jours avant les témoins), puis, plus vite que les témoins (pendant la floraison qui a lieu chez les plantes printanisées 5 à 12 jours avant les témoins suivant la durée du traitement); enfin la croissance de la plante est plus rapidement arrêtée chez les sujets traités que chez les témoins. La fructification est aussi plus précoce (5 à 12 jours); le rendement est à peine modifié. Le traitement par la chaleur (chaleur + lumière ou chaleur + obscurité; eau 70 %; un jour à 16°C. puis à 25°C. pendant 12 jours à l'obscurité ou à la lumière : 150 bougies à 30^{cm}) donne des plantes de taille inférieure à celle des témoins, mais l'époque de la floraison et de la fructification reste à peu près invariable.

Les semences de *Laitue d'hiver Nansen* traitées par le froid (eau 125 %; 4 jours à 15°C., puis à 2°C. pendant 46, 76, 110 jours), semées le 1er avril, donnent des plantes feuillées qui, pendant les 55 premiers jours de végétation, ne présentent pas de différence avec les témoins; mais, deux mois environ après le semis, les sujets traités commencent à monter, puis, douze jours environ plus tard, les boutons floraux apparaissent (alors que les témoins sont toujours acaules), et d'autant plus rapidement que le traitement a été prolongé davantage. La fructification a été plus précoce (de 2 à 3 semaines); le rendement est légèrement augmenté.

Le *Radis* printanisé (eau 70 %; 9 jours à 12°C., puis à 3°C. pendant 43, 49, 75 jours) présente un accroissement un peu plus rapide des feuilles pendant le le premier mois de végétation. Sa tubérisation est plus précoce (une huitaine de jours); il en est de même de la montée à graine (une dizaine de jours), de la formation des boutons floraux et de la floraison (une vingtaine de jours). Le rendement est diminué. La printanisation du *Navet blanc dur d'hiver* (eau 70 %; 3 jours à 11°C., puis 45, 76, 111 jours à 2°C.) accélère la montée et la floraison. Deux mois et demi après le semis, les sujets traités sont en fleurs alors que le témoin est toujours acaule. La *Pomme de terre* traitée par la méthode classique (tubercules exposés à la lumière pendant un mois à une température de 15°C.) ne donne qu'un accroissement très faible des rendements (9 %). Un traitement par le froid (2° à 4°C. pendant deux mois) augmente également les rendements (20 %). Mais la combinaison du froid (2 mois à — 2° à + 4°C.) et de la lumière (après le traitement par le froid; durée un mois), donne des résultats encore meilleurs (61 %).

Les graines de *Tomates* traitées par le froid (50 jours à 2°C.) donnent des plantes qui présentent une avance à la floraison (10 jours env.), à la fructification et une augmentation sensible du rendement. La chaleur (15 jours à 25°C., à l'obscurité ou à la lumière) n'a pas d'influence appréciable (obscurité) ou est plutôt défavorable : retard à la floraison (lumière).

Le *Soja Hatta noir* traité par le froid (75 % d'eau; 24 heures à 15°C. puis à 2°C. pendant 43 jours) ne présente pas de modification nette et durable de sa croissance, tandis que la variété *Tokio rouge* et une autre variété jaune précoce,

après traitement (75 % d'eau; un jour à 15°C., puis 25 jours à 2°C.) donnent des plantes de taille réduite. Pour les trois variétés on constate une légère avance à la maturation. Enfin le traitement produit une augmentation du rendement du *Hatta noir*, aucune modification pour la variété jaune et une sensible diminution pour le *Tokio* rouge. Si les graines sont traitées à l'obscurité par la chaleur (25°C. pendant 25 jours), les Soja donnent des plantes de taille réduite, mais présentent une avance à la floraison et à la maturation. En combinant la chaleur et la lumière (25°C., 150 bougies à 30^{cm} pendant 12 et 22 jours), on obtient avec *Hatta noir* une très légère avance à la croissance, à la floraison et à la maturation, mais une sensible diminution du rendement.

Le traitement du *Ricin* par la chaleur (50 % d'eau; 3 heures à 15°C., puis à 25-27°C. pendant 10 jours) ne provoque pas de modification appréciable de sa croissance ni de sa reproduction. Traitées par le froid, les espèces bisannuelles: *Poireau* (eau 90 % ; 3 à 6 jours à 10-12°C., puis à 2°C. pendant 40, 60, 72, 110 jours), *Betterave* (eau 100 % ; 5 jours à 15°C. et 50 jours), *Colza* d'hiver (eau 70 % ; 5 jours à 11°C., puis à 2°C. pendant 41, puis à 2°C. pendant 40, 74, 111 jours) ne sont pas arrivées à monter ni à fleurir la première année.

En résumé, chez les plantes qui, par un semis au printemps, trouvent dans la nature les conditions thermiques requises pour l'accomplissement de leur thermostade, nous avons provoqué une avance très nette à l'époque de la floraison et de la fructification (Moutarde, Vesce, Radis, Laitue, Navet). Chez les espèces dont la tige s'allonge progressivement pendant toute la durée du développement, une avance à la floraison entraîne un arrêt prématuré de la croissance de cet organe, donc une taille plus réduite des plantes (Moutarde, Vesce). Lorsque la floraison est précédée par une montée à graine (Laitue, Radis), il semble qu'il y ait une réduction moindre de la taille. Enfin le rendement paraît sensiblement augmenté dans le cas de la Vesce; il est resté peu différent de celui des témoins pour la Moutarde et la Laitue et s'est trouvé un peu diminué pour le Radis. La Tomate et le Soja n'ont pas accusé de différences aussi nettes. Quant aux Poireau, Betterave, Colza et Ricin, ils sont restés indifférents au traitement.

GÉNÉTIQUE. — *Descendance d'espèces tétraploïdes et d'hybrides interspécifiques amphidiploïdes du genre* Nicotiana. Note de MM. **Henri Hitier** et **Alexandre Fardy**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons signalé ([1]) l'obtention, par l'action de la colchicine, de 16 espèces tétraploïdes du genre *Nicotiana Tabacum* L. (*n* 24), *rustica* L. (*n* 24), *acuminata* Grah. (*n* 12), *Bigelovii* Wats. (*n* 24), *glauca* Grah. (*n* 12), *glutinosa* L. (*n* 12), *longiflora* Cav. (*n* 10), *plumbaginifolia* Viv. (*n* 10), *paniculata* L.

([1]) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 704; **218**, 1944, p. 124.

(n 12) *nudicaulis* Wats. (n 24), *quadrivalvis* Pursh. (n 24), *repanda* Lehm. (n 24), *sylvestris* Speg. et Comes (n 12), *trigonophylla* Dun. (n 12), *suaveolens* Lehm. (n 16) et *Sanderæ* Hort. (n 9) et 7 hybrides interspécifiques amphidiploïdes (*Tabacum* × *sylvestris*, *rustica* × *paniculata*, *suaveolens* × *glutinosa*, *glutinosa* × *sylvestris*, *Tabacum* × *glutinosa*, *suaveolens* × *quadrivalvis* et *quadrivalvis* × *Tabacum*). Nos observations sur la descendance nous permettent de faire ressortir les particularités suivantes :

1° *Espèces tétraploïdes*. — En F_1 le nombre somatique $4n$ présente une certaine fluctuation $4n \pm 1$ ou plus rarement $4n \pm 2$ chromosomes; chez les espèces à nombre chromosomique faible [par exemple *N. sylvestris* (n 12) et *N. glutinosa* (n 12)] il y a moins de pieds à formule chromosomique irrégulière que chez les espèces à nombre chromosomique élevé [exemple *N. Tabacum* (n 24), *N. rustica* (n 24)]. Au point de vue morphologique, nous n'avons pas trouvé de différences bien marquées entre les pieds d'une même population tétraploïde, mais la fertilité présente des variations très nettes, dues aux différences de comportement méiotique; ces irrégularités sont de même nature que celles que nous avons observées chez les ascendants : 2 à 7 polyvalents en M_I, monovalents asynaptiques en dehors du plan, retardataires en A_I et A_{II}, répartitions inégales en M_{II} etc..

Le milieu génotypique tétraploïde manifeste une sensibilité beaucoup plus grande vis-à-vis des agents perturbateurs (notamment les variations météorologiques brusques), qui accentuent les anomalies en agissant sur le mouvement des chromosomes au cours des anaphases (chrom. retardataires) et sur les phénomènes intimes de synapse (plus ou moins de monovalents asynaptiques). Aussi, pour un même pied, la fertilité varie suivant les époques. Certaines espèces (exemple *N. Tabacum*, *rustica*, *glutinosa*) présentent, du point de vue de la fertilité, des périodes creuses pendant lesquelles elles forment un fort pourcentage de grains de pollen vides. La fertilité, évaluée en nombre de graines par capsule, est très diminuée chez les espèces tétraploïdes par rapport à celle des pieds témoins; elle n'est en moyenne, suivant les espèces, que de 10 à 20 % de celle des diploïdes. En outre l'espèce tétraploïde forme moins de fleurs et par conséquent moins de capsules par pied. En culture normale et en plein champ, les espèces tétraploïdes et les espèces diploïdes présentent entre elles des différences très significatives. Les premières ont une croissance beaucoup plus lente; leur appareil végétatif et leur inflorescence sont moins ramifiés, les tissus foliaires plus rugueux, les pigmentations foliaire et florale plus vives; leur développement est moindre, et cela est dû sans doute en grande partie au caractère différent de leur système radiculaire; celui-ci comporte en effet des racines et racidelles plus grosses, mais beaucoup moins nombreuses, moins ramifiées et plus courtes que celles des pieds diploïdes témoins; les plantes tirent ainsi un profit moindre des matières minérales et de l'eau qui se trouvent dans des couches plus profondes du sol. En particulier les espèces tétraploïdes

N. Tabacum ($4n$) et *N. rustica* ($4n$) ont présenté un faible développement végétatif, des feuilles plus petites et mal formées, ce qui diminue leur intérêt pratique et industriel.

2° *Hybrides amphidiploïdes.* — En (F_2) *suaveolens* × *glutinosa* et *glutinosa* × *sylvestris* n'ont présenté aucune disjonction d'ordre morphologique ou chromosomique; ces hybrides, dont les formes stériles correspondantes sont à méiose asyndétique totale, manifestent un comportement méiotique autosyndétique rigoureusement stable : chez *suaveolens* × *glutinosa* : 28_{II} en M_I (16 d'origine *suaveolens* + 12 d'origine *glutinosa*), 28 + 28 en M_{II}. 99 % de bon pollen, capsules contenant 200 à 260 graines, celles des parents en contenant respectivement 275 et 1800 à 2000; chez *glutinosa* × *sylvestris* : 24_{II} en M_I (12_{II} de *glutinosa* + 12_{II} de *sylvestris*); M_{II} : 24 + 24; 95 % de bon pollen et capsules contenant 700 à 1000 graines, celles des parents contenant respectivement 1800 à 2000 et 4300. Ces deux formes se comportent donc comme des espèces stabilisées.

L'hybride amphidiploïde *suaveolens* × *quadrivalvis* n'a pas une méiose absolument régulière. Il forme souvent I_{IV} en M_I et cependant, en F_2 il n'y a pas de disjonction ni au point de vue du nombre chromosomique, ni au point de vue morphologique; cet hybride se rapproche donc des précédents. Le pollen est bon à 70 à 80 %. Les capsules contiennent 50 à 150 graines, celles des parents en contenant respectivement 275 et 1000 à 1200.

Dans nos autres hybrides amphidiploïdes *Tabacum* × *glutinosa*, *quadrivalvis* × *Tabacum*, *Tabacum* × *sylvestris* et *rustica* × *paniculata*, dont les formes stériles correspondantes manifestent une méiose à allosyndèse partielle, nous avons observé, chez les différents pieds de F_2, des variations dans la formule chromosomique de l'ordre de 1 ± ou ± 2 chromosomes; nous avons en outre noté des variations d'ordre morphologique, plus particulièrement chez les amphidiploïdes *Tabacum* × *sylvestris* et *rustica* × *paniculata*, en ce qui concerne le port, la forme des feuilles, la taille et la pigmentation des fleurs. Il y a également des différences dans le degré de fertilité des divers pieds de la descendance par suite de la présence de polyvalents, monovalents asynaptiques, chromosomes retardataires en A_I et A_{II}, en plus ou moins grand nombre, suivant les pieds.

PARASITOLOGIE. — *Sur les propriétés anthelminthiques de certains sels de métaux alcalins et alcalinoterreux.* Note [1] de M. **Robert Deschiens**, présentée par M. Émile Roubaud.

On sait que l'administration en lavement de chlorure de sodium, en solution dans l'eau à 60 ‰ (lavement de sel) ou à 200 ‰, est utilisée, avec des résultats satisfaisants, dans le traitement des manifestations rectales de l'oxyurose de l'Homme. En partant de cette donnée de pratique médicale, nous avons recherché

(1) Séance du 23 octobre 1944.

expérimentalement, chez des Rhabditidés et chez des Oxyuridés de la Souris et du Lapin, l'action anthelminthique de certains sels de métaux alcalins et alcalinoterreux, en les administrant en solutions, par grands lavements, ou, *per os*, en pilules gluténisées libérant leur noyau à un niveau déterminé de l'intestin.

Le test de détermination des propriétés anthelminthiques que nous avons utilisé, déjà relaté dans une Note antérieure ([2]), comprend deux épreuves : 1° l'action *in vitro* de solutions à des concentrations définies, dans de l'eau distillée à pH 7, du sel à essayer, sur *Rhabditis macrocerca* (Kreiss et Faust, 1933), Rhabditidé des déjections du lapin de garenne; 2° l'action *in vivo* sur *Aspicularis tetraptera* (Nitzch, 1821), oxyure de la Souris, de solutions du sel à éprouver, injectées dans l'intestin à la dose de 1^{cm^3} par jour pendant *n* jours consécutifs, le contrôle de la déparasitation étant fait par autopsie.

Les sels essayés ont été : sels alcalins et alcalinoterreux ClNa; ClK, $ClNH^4$, ClLi, Cl^2Ba, Cl^2Ca, BrK, IK, CO^3NaH, SO^4Na^2; sel terreux bivalent SO^4Mg.

Chlorure de sodium (ClNa). — La solution dans l'eau distillée, à 45 % et aux concentrations supérieures, tue *R. macrocerca* (1re épreuve) en moins de 10 minutes, la solution à 22,5 ‰ en 25 heures. Avec la solution à 45 ‰, administrée à raison de 1^{cm^3} par Souris et par jour, ce qui correspond à 2^g,25 par kilo et par jour, on obtient la déparasitation des Souris infestées par *A. tetraptera* en moins de 6 jours (2e épreuve); la solution à 22,5 ‰ est inactive chez la Souris; la solution à 45 ‰ est bien tolérée par la Souris pendant 8 jours; la solution à 90 ‰ tue la Souris en moins de 24 heures.

Chlorure de potassium (ClK). — La solution à 45 ‰ tue *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve); elle tue la Souris en 15 minutes (2e épreuve); la solution à 58,2 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, est active dans les mêmes conditions en 10 minutes.

Chlorure d'ammonium ($ClNH^4$). — La solution à 45 ‰ tue *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve), et tue la Souris en 5 minutes dans la 2e épreuve; la solution à 41 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰ est active en 15 minutes dans la 1re épreuve.

Chlorure de lithium. (ClLi). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve) et tue la Souris en 15 minutes dans la 2e épreuve. La solution à 22,5 ‰ tue *R. macrocerca* en moins de 21 heures (1re épreuve); elle détruit *A. tetraptera* en 3 jours (2e épreuve), mais tue 50 % des Souris traitées dans le même temps. La solution à 32,7 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, est active sur *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve).

Chlorure de baryum (Cl^2Ba). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 24 heures (1re épreuve) et tue la Souris en 20 minutes. La solution à 159 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, est active en 15 minutes (1re épreuve).

Chlorure de calcium (Cl^2Ca). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 24 heures (1re épreuve) et tue la Souris en 5 minutes dans la 2e épreuve; la solution à 85 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes.

Bromure de potassium (BrK). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve) et tue la Souris en moins de 12 heures dans la 2e épreuve; la solution à 91 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes.

([2]) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 513.

Iodure de potassium (IK). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes (1re épreuve) et tue la Souris en 20 minutes dans la 2e épreuve; la solution à 127 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, agit sur *R. macrocerca* en 15 minutes.

Bicarbonate de soude (CO^3NaH). — La solution à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 25 minutes (1re épreuve) et détruit *A. tetraptera*, chez les Souris infestées, en 6 jours; le traitement provoque la mort de 50 % des souris traitées, en 3 jours; la solution à 64,6 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰ agit sur *R. macrocerca* en 25 minutes.

Sulfate de soude (SO^4Na^2). — La solution à 45 ‰ est inactive sur *R. macrocerca* et sur *A. tetraptera*; elle n'est pas toxique pour la Souris en 8 jours; la solution à 109,2 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, tue *R. macrocerca* en 2 jours.

Sulfate de magnésie (SO^4Mg). — La solution à 45 ‰ est inactive sur *R. macrocerca* et sur *A. tetraptera*; elle n'est pas toxique pour la Souris en 8 jours; la solution à 92 ‰, équimoléculaire à ClNa à 45 ‰, tue *R. macrocerca* en 2 jours.

Il ressort de ces données que les solutions de ClK, $ClNH^4$, Cl^2Ba, Cl^2Ca, BrK, IK, étant toxiques pour la Souris aux concentrations actives sur les parasites, ne sauraient être retenues en vue d'un emploi thérapeutique éventuel; il en est de même des solutions de CO^3NaH, bien que celles-ci soient moins toxiques. Les solutions de SO^4Na^2 et SO^4Mg sont inactives. La solution de ClNa à 45 ‰ se révèle au contraire non toxique et anthelminthique; ce sel est utilisable chez la Souris *per anum* sous forme de solution et chez le Lapin *per os* sous forme de pilules gluténisées.

Les propriétés anthelminthiques des solutions étudiées ne correspondent pas uniquement aux concentrations moléculaires de celles-ci, puisque les solutions de SO^4Na^2 et SO^4Mg, équimoléculaires à la solution de ClNa à 45 ‰, sont inactives sur *R. macrocerca*. Certains ions et en particulier l'anion Cl^- semblent favorables à une action vermicide, alors que d'autres ions, comme SO^{4--}, paraissent défavorables.

A 16h30m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par la mort de M. *Charles Barrois* :

En première ligne...........	M. Albert Michel-Lévy.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*.........	MM. Léon Bertrand. Paul Fallot. Paul Gaubert.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 17h15m.

A. Lx.